PRIRODZENÉ ČÍSLA

(TEÓRIA ČÍSEL)
ZHRNUTIE

ZUZANA BARTOŠOVÁ

Základné pojmy:

Číslica (cifra)- grafický znak na zápis čísla

Arabské číslice: $0, 1, 2, \dots, 8, 9$ (nula, jednotka, dvojka, ...)

Rímske číslice: I, V, X, L, C, D, M

Číslo
- základný matematický pojem
- zložené aspoň z jednej cifry (jednociferné, dvojciferné, ...)
- vyjadruje množstvo

Ciferný súčet- súčet všetkých číslic daného čísla

Príklad: Určte ciferný súčet čísla $53\,708$

$$\boldsymbol{CS = 5 + 3 + 7 + 0 + 8 = 23}$$

PRVOČÍSLO je každé prirodzené číslo, ktoré má práve dva rôzne delitele: 1 a samé seba (triviálne delitele).

ZLOŽENÉ ČÍSLO je každé prirodzené číslo, ktoré má aspoň tri rôzne delitele.

ČÍSLO 1 nie je ani prvočíslo, ani zložené číslo.

Prvočíselný rozklad (rozklad na prvočinitele)

Každé zložené číslo je možné jednoznačne rozložiť na súčin prvočísel.

(Poznáte zo ZŠ: „stromček“, tabuľka,...)

Príklad: Rozložte na súčin prvočísel číslo 245

$$245 = 5 \cdot 49 = 5 \cdot 7 \cdot 7 = 5 \cdot 7^2$$

Deliteľnosť prirodzených čísel:

$$\mathbf{35 = 5 \cdot 7}$$

násobok čísel 5 a 7   delitele čísla 35

Symbolický zápis: $\mathbf{5|35}$

- číslo 5 delí číslo 35
- číslo 5 je deliteľom čísla 35
- číslo 35 je deliteľné číslom 5

Príklad: Určte delitele čísla 45.

$$1, 3, 5, 9, 15, 45$$

Kritériá deliteľnosti

Prirodzené číslo je deliteľné

- **dvomi**, ak má na mieste jednotiek párnu číslicu.
- **tromi**, ak jeho ciferný súčet je deliteľný tromi.
- **štyrmi**, ak jeho posledné dvojčíslie je deliteľné štyrmi.
- **piatimi**, ak má na mieste jednotiek číslicu 0 alebo 5.
- **šiestimi**, ak je súčasne deliteľné dvoma aj tromi.
- **ôsmimi** , ak jeho posledné trojčíslie je deliteľné ôsmimi.
- **deviatimi**, ak jeho ciferný súčet je deliteľný deviatimi.
- **desiatimi**, ak má na mieste jednotiek číslicu 0.

Príklad: Zistite, či

a. $4|32\,658$

$$4|32\,658 \Leftrightarrow 4|58$$

$$4 \nmid 58 \Longrightarrow 4 \nmid 32\,658$$

b. $9|342$

$$9|342 \Leftrightarrow 9|CS$$

$$CS = 3 + 4 + 2 = 9$$

$$9|CS \Longrightarrow 9|342$$

Príklad:

Zistite, či je číslo $m = 102\,003\,000\,400\,005\,000\,006$ deliteľné 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9.

$$2|m \quad 3|m \quad 4 \nmid m \quad 5 \nmid m \quad 6|m \quad 8 \nmid m \quad 9 \nmid m$$

NAJVÄČŠÍ SPOLOČNÝ DELITEĽ dvoch alebo viacerých čísel je najväčšie prirodzené číslo, ktoré delí každé z daných čísel.

Určenie najväčšieho spoločného deliteľa

- Euklidov algoritmus
- pomocou prvočíselného rozkladu

Určiť najväčší spoločný deliteľ pomocou prvočíselného rozkladu ste sa naučili už na ZŠ:

Príklad: $D(12,18) = ?$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$$

$$D(12,18) = 2 \cdot 3 = 6$$

NAJVÄČŠÍ SPOLOČNÝ DELITEĽ $\boldsymbol{D(a,b)}$

má vo svojom prvočíselnom rozklade každé prvočíslo s <u>najmenším</u> exponentom, ktoré sa vyskytuje v rozkladoch čísel a a b. („spoločné“)

Príklad: $D(48{,}120) = ?$

$$48 = 3 \cdot 16 = 2^4 \cdot 3$$

$$120 = 3 \cdot 40 = 3 \cdot 8 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$D(48{,}120) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

Príklad: $D(8, 25) = 1$

Prirodzené čísla a, b nazývame **nesúdeliteľnými číslami**,

ak $D(a, b) = 1$.

NAJMENŠÍ SPOLOČNÝ NÁSOBOK dvoch alebo viacerých čísel je najmenšie prirodzené číslo, ktoré je deliteľné danými číslami.

Určiť najmenší spoločný násobok pomocou prvočíselného rozkladu ste sa naučili už na ZŠ:

Príklad: $n(12,18) = ?$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$$

$$n(12,18) = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

Najmenší spoločný násobok $n(a, b)$

má vo svojom prvočíselnom rozklade každé prvočíslo s <u>najväčším</u> exponentom, ktoré sa vyskytuje v rozkladoch čísel a alebo b. („všetko, spoločné len raz“)

Príklad:

$$n(48{,}120) = ?$$

$$48 = 3 \cdot 16 = 2^4 \cdot 3$$

$$120 = 3 \cdot 40 = 3 \cdot 8 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$n(48{,}120) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$$

Celé čísla

Množinu všetkých celých čísel označujeme $\boldsymbol{Z}$

Celé čísla sú čísla, ktoré môžeme vyjadriť ako rozdiel dvoch prirodzených čísel: všetky prirodzené čísla, k nim opačné čísla a číslo 0.

$$\forall x \in Z, \exists \text{ opačné číslo } (-x); x + (-x) = 0$$

RACIONÁLNE ČÍSLA

Množinu všetkých racionálnych čísel označujeme $\boldsymbol{Q}$

Racionálne číslo je číslo, ktoré môžeme vyjadriť v tvare zlomku

$$\frac{p}{q}, p \in Z, q \in N$$

$$\forall x \in Q - \{0\}, \exists \text{ prevrátené číslo } \frac{1}{x};\ x \cdot \frac{1}{x} = 1$$

Zápis:

- zlomok, napr.: $\frac{1}{4}$
- desatinné číslo s konečným desatinným rozvojom, $\frac{1}{4} = 0{,}25$
- desatinné číslo s nekonečným periodickým desatinným rozvojom, $\frac{1}{3} = 0{,}\dot{3}$

IRACIONÁLNE ČÍSLA

Množinu všetkých iracionálnych čísel označujeme $\boldsymbol{I}$

$$\boldsymbol{Q} \cap \boldsymbol{I} = \emptyset$$

Iracionálne číslo je číslo, ktoré

- sa nedá vyjadriť v tvare zlomku,
- sa dá vyjadriť desatinným číslom s <u>nekonečným neperiodickým</u> desatinným rozvojom

Napr.: $\pi = 3{,}14159265 \ldots$ (Ludolfovo číslo)

$e = 2{,}7182818 \ldots$ (Eulerovo číslo)

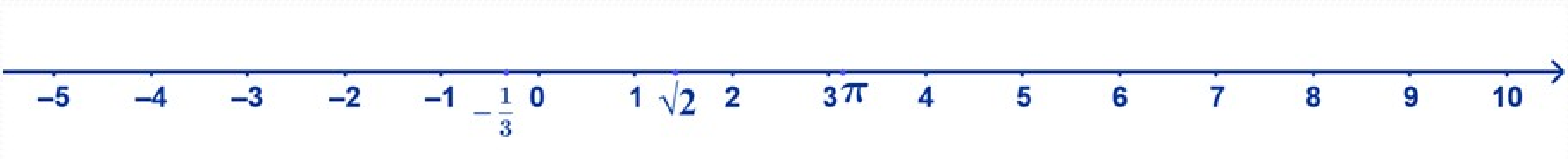
$\sqrt{2} = 1{,}41421356 \ldots$

REÁLNE ČÍSLA

Množinu všetkých reálnych čísel označujeme $\boldsymbol{R}$

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{Q} \cup \boldsymbol{I}$$

Každé reálne číslo je znázornené na číselnej osi práve jedným bodom a každý bod číselnej osi je obrazom práve jedného reálneho čísla.



Vlastnosti reálnych čísel poznáte zo ZŠ, pripomenúť si ich môžete na strane 23-25 v učebnici 1.