

# ARITMETICKÁ POSTUPNOSŤ (ZHRNUTIE)

ZUZANA BARTOŠOVÁ

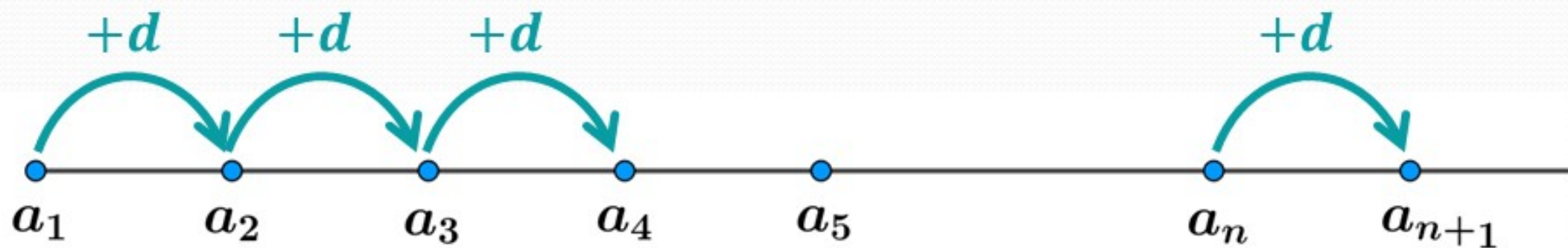
# ARITMETICKÁ POSTUPNOŠŤ

Postupnosť  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  sa nazýva aritmetická práve vtedy, ak  $\exists d \in \mathbb{R}$ , že  $\forall n \in \mathbb{N}$  platí:

$$a_{n+1} = a_n + d$$

Rozdiel každých dvoch po sebe idúcich členov je konštantný:

$$a_{n+1} - a_n = d$$



Číslo  $d$  sa nazýva **diferencia** aritmetickej postupnosti.

V aritmetickej postupnosti  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  s diferenciou  $d \in R$ ,

$$\forall n \in N \text{ platí: } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\forall r \in N, s \in N \text{ platí: } a_s = a_r + (s - r)d$$

**Pre súčet prvých  $n$  členov aritmetickej postupnosti platí:**

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

## Príklad:

Dokážte, že postupnosť  $\{1 - 2n\}_{n=1}^{\infty}$  je aritmetická.

Vypíšeme prvé členy postupnosti:  $-1; -3; -5; -7; \dots$

Predpoklad: postupnosť je aritmetická, s diferenciou  $d = -2$

Dôkaz: určíme rozdiel  $a_{n+1} - a_n; \forall n \in \mathbb{N}$

$$a_n = 1 - 2 \cdot n \qquad a_{n+1} = 1 - 2 \cdot (n + 1) = -1 - 2n$$

$$a_{n+1} - a_n = -1 - 2n - (1 - 2n) = -2$$

Rozdiel po sebe idúcich členov postupnosti je  $-2$  (konštanta),

daná postupnosť je aritmetická,  $d = -2$ .

**PRÍKLAD:** Určte členy aritmetickej postupnosti  $\{a_n\}_{n=1}^5$ , v ktorej  $a_1 = 4, d = 3$ .

$$\begin{aligned}\{a_n\}_{n=1}^5: \quad a_1 &= 4 \\ a_2 &= a_1 + d = 7 \\ a_3 &= a_2 + d = 10 \\ a_4 &= a_3 + d = 13 \\ a_5 &= a_4 + d = 16\end{aligned}$$

**PRÍKLAD:**

Určte aritmetickú postupnosť  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ , v ktorej platí:  $a_3 = 5, a_8 = 15$ .

(Určiť aritmetickú postupnosť znamená vypočítať  $a_1, d$ .)

$$a_8 = a_3 + 5d$$

$$15 = 5 + 5d$$

$$d = 2$$

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$5 = a_1 + 4$$

$$a_1 = 1$$

$$a: a_1 = 1, d = 2$$

**PRÍKLAD:** Určte aritmetickú postupnosť  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ , v ktorej platí:

$$a_1 + a_7 = 42$$

$$a_{10} - a_3 = 21$$

$$a_1 + a_1 + 6d = 42$$

$$a_1 + 9d - (a_1 + 2d) = 21$$

---

$$2a_1 + 6d = 42$$

$$7d = 21 \Rightarrow d = 3$$

---

$$2a_1 + 6d = 42$$

$$a_1 = 21 - 3d$$

$$a_1 = 12$$

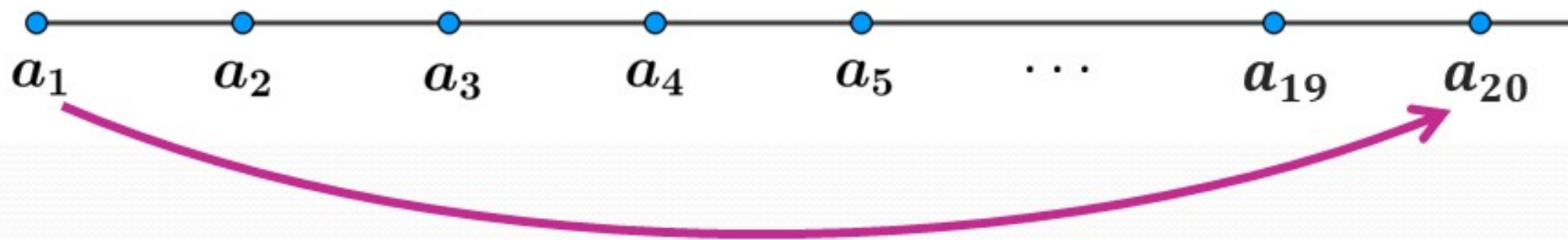
$$a: a_1 = 12, d = 3$$

## PRÍKLAD:

V divadle je na prízemí 20 radov sedadiel. V prvom rade je 16 sedadiel, v každom nasledujúcom rade je o dve sedadlá viac ako v predchádzajúcom.

- a. Určte koľko sedadiel je v poslednom rade (skúste to bez zistenia počtu sedadiel v predchádzajúcich radoch).

Konečná aritmetická postupnosť  $\{a_n\}_{n=1}^{20}$ :  $a_1 = 16, d = 2$



$$a_{20} = a_1 + 19d$$

$$a_{20} = 16 + 19 \cdot 2 = 54$$

V poslednom rade na prízemí divadla je 54 sedadiel.

## PRÍKLAD:

V divadle je na prízemí 20 radov sedadiel. V prvom rade je 16 sedadiel, v každom nasledujúcom rade je o dve sedadlá viac ako v predchádzajúcom.

b. Určte počet všetkých sedadiel na prízemí divadla.

Konečná aritmetická postupnosť  $\{a_n\}_{n=1}^{20} : a_1 = 16, d = 2$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{19} + a_{20} = s_{20}$$

(súčet prvých 20 členov aritmetickej postupnosti)

$$s_{20} = \frac{20}{2} \cdot (a_1 + a_{20})$$

$$s_{20} = 10 \cdot (16 + 54)$$

$$s_{20} = 700$$

Na prízemí divadla je 700 sedadiel.

Aritmetická postupnosť  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  s diferenciou  $d \in R$  je

- rastúca práve vtedy, ak  $d > 0$ .
- klesajúca práve vtedy, ak  $d < 0$ .
- nerastúca, neklesajúca práve vtedy, ak  $d = 0$  (konštantná).
- zdola ohraničená práve vtedy, ak  $d > 0$ .
- zhora ohraničená práve vtedy, ak  $d < 0$ .
- ohraničená práve vtedy, ak  $d = 0$ .

