

**SÚSTAVY DVOCH LINEÁRNYCH
ROVNÍC
S DVOMI NEZNÁMYMI
(ZHRNUTIE)**

ZUZANA BARTOŠOVÁ

Dané: Dve lineárne rovnice s dvomi neznámymi.

Úloha: Nájsť hodnoty týchto neznámych (dvojicu čísel), ktoré vyhovujú obom rovniciam.

Metódy riešenia sústav:

- Dosadzovacia (substitučná)
- Sčítacia (adičná)
- Porovnávaciacia (komparačná)
- Grafická
- (a iné ...)

Množina všetkých riešení môže byť

- jednoprvková,
- prázdna,
- nekonečná.

Príklady: Riešte v $R \times R$

$$3x + 2y = 0 \quad / \cdot (-2)$$

$$\underline{2x + 3y = 5} \quad / \cdot 3$$

$$\left. \begin{array}{r} -6x - 4y = 0 \\ +6x + 9y = 15 \end{array} \right\} +$$

$$5y = 15$$

$$y = 3$$

$$3x + 2 \cdot 3 = 0$$

$$3x + 6 = 0$$

$$x = -2$$

SČÍTACIA METÓDA

Vynásobíme rovnicu/e tak, aby po sčítaní rovníc jedna neznáma vypadla (napr. x).

Rovnice sčítame.

Vyriešime vzniknutú rovnicu.

Vypočítanú hodnotu dosadíme do jednej z daných rovníc a zistíme aj hodnotu druhej neznámej.

Overíme správnosť riešenia (skúška) a zapíšeme výsledok.

$$3x + 2y = 0$$

$$\underline{2x + 3y = 5}$$

Skúška správnosti:

$$L_1 = 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 = 0$$

$$P_1 = 0$$

$$L_2 = 2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 = 5$$

$$P_2 = 5$$

Úloha má **1 riešenie**, je ním dvojica čísel -2 a 3 .

$$\mathbf{P = \{[-2; 3]\}}$$

DOSADZOVACIA METÓDA

$$4x - 3y = 8$$

$$\underline{x + 5y = 2} \rightarrow x = 2 - 5y$$

Z jednej rovnice vyjadríme neznámu a toto vyjadrenie dosadíme do druhej rovnice.

$$4 \cdot (2 - 5y) - 3y = 8$$

$$8 - 23y = 8$$

$$-23y = 0$$

$$y = 0$$

Získame rovnicu s jednou neznámou, ktorú vyriešime.

$$x = 2 - 5y$$

Vypočítanú hodnotu dosadíme do vyjadrenia v prvom kroku a tak zistíme aj hodnotu druhej neznámej.

$$x = 2 - 5 \cdot 0$$

$$x = 2$$

Overíme správnosť riešenia (skúška) a zapíšeme výsledok.

$$\mathbf{P = \{[2; 0]\}}$$

POROVNÁVACIA METÓDA

$$2x - 3y = 5 \Rightarrow x = \frac{5 + 3y}{2}$$

$$\underline{x - 2y = 1} \Rightarrow x = 1 + 2y$$

$$\frac{5 + 3y}{2} = 1 + 2y$$

$$y = 3$$

Vyjadríme z oboch rovníc rovnakú neznámu (napr. x).

Porovnaním pravých strán zostavíme novú rovnicu s jednou neznámou, ktorú vyriešime.

$$x = 1 + 2 \cdot 3$$

$$x = 7$$

Vypočítanú hodnotu dosadíme do vyjadrenia v prvom kroku a tak zistíme aj hodnotu druhej neznámej.

Overíme správnosť riešenia (skúška) a zapíšeme výsledok.

$$P = \{[7; 3]\}$$

GRAFICKÉ RIEŠENIE

Postup:

- ❑ Z oboch rovníc vyjadríme neznámu y , čím získame predpisy dvoch lineárnych funkcií,
- ❑ zostrojíme grafy oboch funkcií (2 priamky),
- ❑ určíme množinu spoločných bodov oboch grafov (prienik priamok).

Príklad 1.

Riešte graficky danú sústavu rovníc

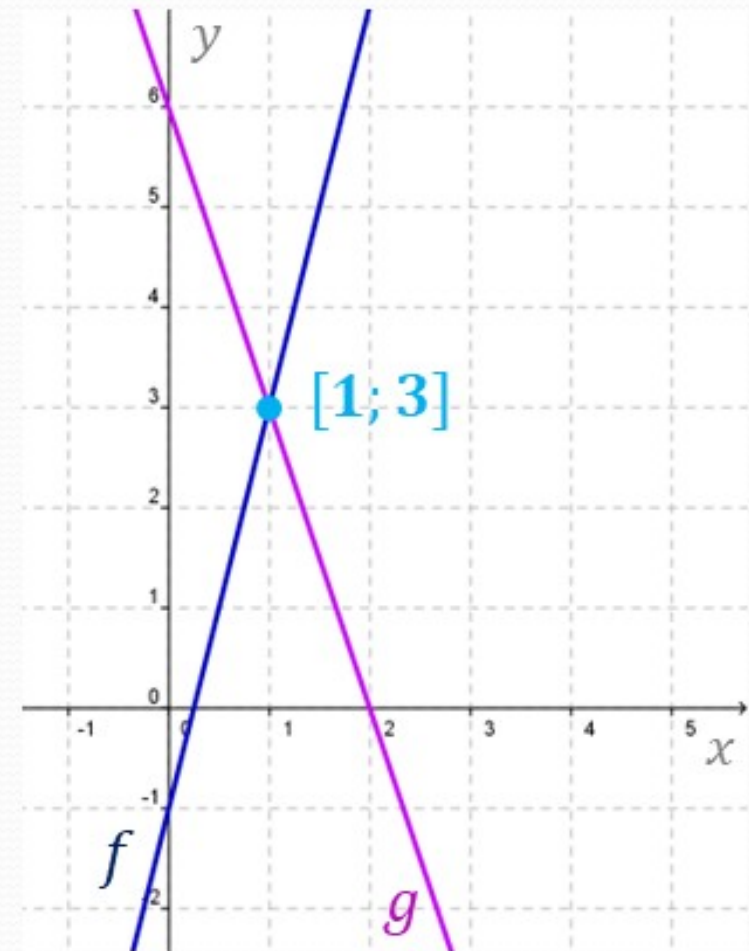
$$4x - y = 1 \Rightarrow f: y = 4x - 1$$

$$3x + y = 6 \Rightarrow g: y = -3x + 6$$

x	0	1
$f(x)$	-1	3

x	0	1
$g(x)$	6	3

Priamky sú rôznobežné,
majú jeden spoločný bod.
Sústava má práve jedno riešenie.



$$P = \{[1; 3]\}$$

Príklad 2.

$$2x - y = 3 \quad \Rightarrow \quad f: y = 2x - 3$$

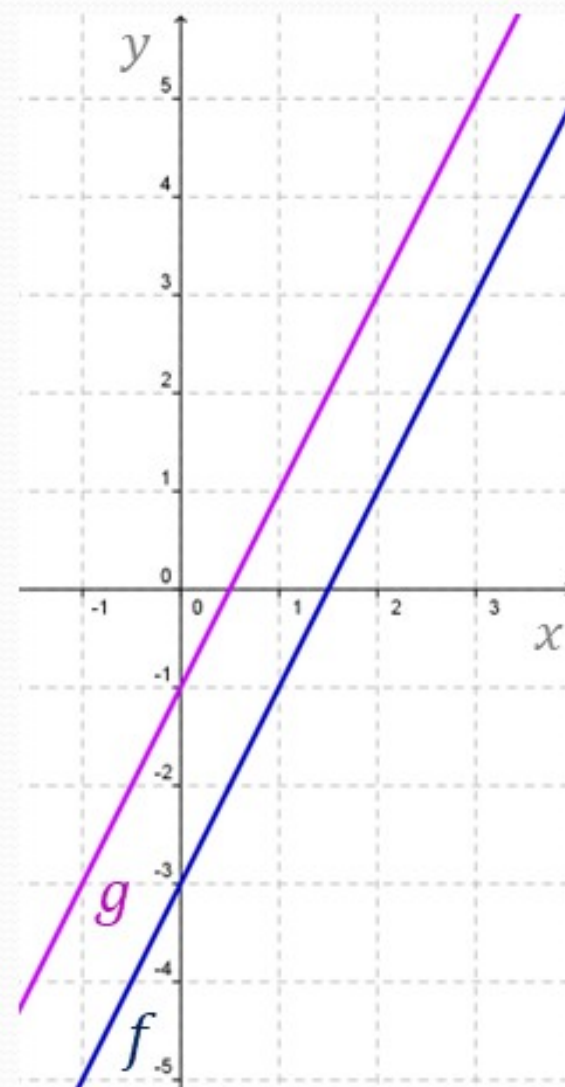
$$4x - 2y = 2 \quad \Rightarrow \quad g: y = 2x - 1$$

x	0	1
$f(x)$	-3	-1

x	0	1
$g(x)$	-1	1

Priamky sú rovnobežné,
nemajú žiaden spoločný bod.
Sústava nemá riešenie.

$$P = \emptyset$$

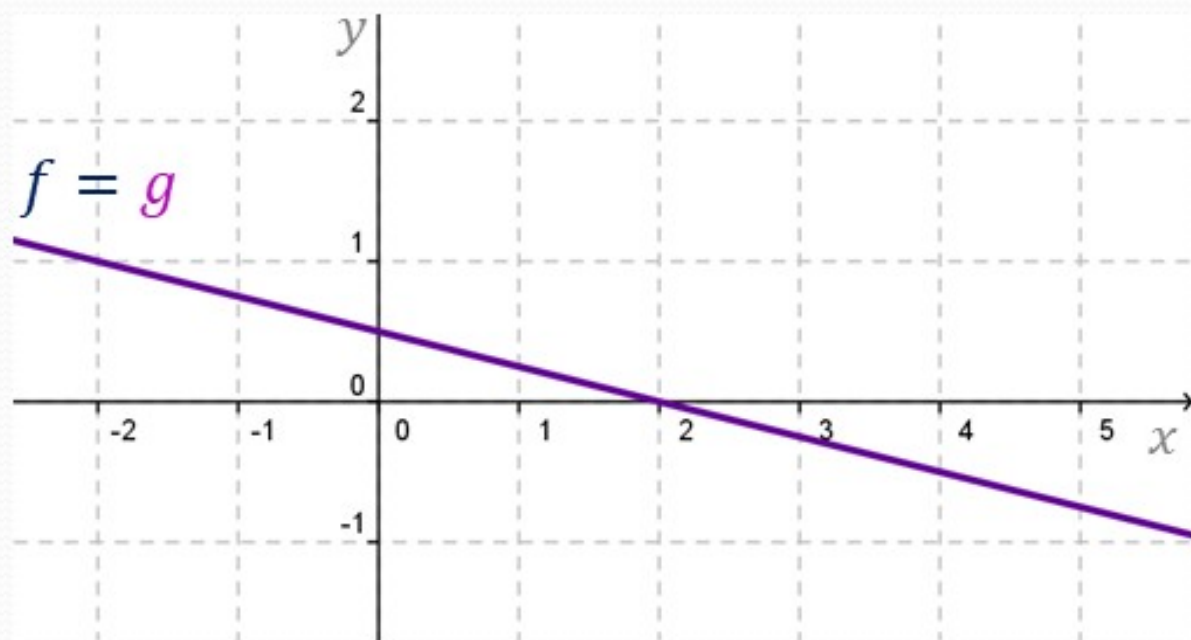


Príklad 3.

$$x = 2 - 4y \Rightarrow f: y = \frac{2 - x}{4}$$

$$\frac{x}{2} + 2y = 1 \Rightarrow g: y = \frac{2 - x}{4}$$

x	0	2
$f(x)$	0,5	0



$$P = \left\{ \left[x \in R; y = \frac{2 - x}{4} \right] \right\}$$

Priamky splývajú (sú totožné), majú nekonečne veľa spoločných bodov
Sústava má nekonečne veľa riešení.

