# KOMBINÁCIE
# BEZ OPAKOVANIA
# (RIEŠENÉ PRÍKLADY)

ZUZANA BARTOŠOVÁ

# KOMBINÁCIE BEZ OPAKOVANIA

$C_k(n)$ počet všetkých kombinácií $k$- tej triedy z $n$ prvkov

$k \in N_0 \qquad n \in N_0 \qquad k \leq n$

Kombinácia $k$-tej triedy z $n$ prvkov bez opakovania je každá $k$-prvková podmnožina, zostavená len z týchto $n$ prvkov tak, že každý sa v nej vyskytuje najviac raz.

**Počet kombinácií $C_k(n)$:**

$$C_k(n) = \frac{V_k(n)}{k!} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \binom{n}{k}$$

**Príklad 1.:** Kedysi sa v prostriedkoch MHD „cvakal“ lístok, rozdelený na 3x3 políčok. Strojčekom sa na ňom vyznačili dierky buď na troch, alebo na štyroch políčkach. Koľkými rôznymi spôsobmi mohol byť označený takýto lístok?

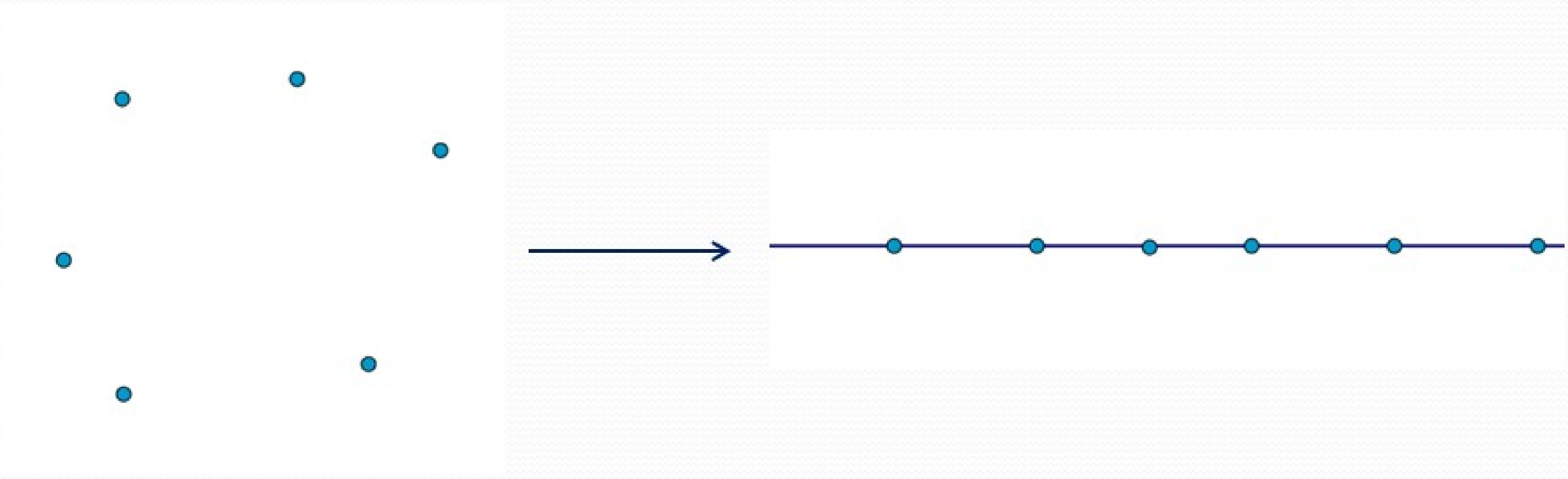

$$p = C_3(9) + C_4(9) = \binom{9}{3} + \binom{9}{4} =$$

$$= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3!} + \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4!} = 84 + 126 = 210$$

Lístok mohol byť označený 210 rôznymi spôsobmi.

**Príklad 2.:** Vypočítajte, koľko priamok je určených devätnástimi bodmi, ak práve šesť z nich leží na jednej priamke.

$$p = C_2(19) - C_2(6) + 1 = 171 - 15 + 1 = 157$$



Dané body určujú najviac 157 priamok.

**Príklad 3.:** V sklade je 8 výrobkov, z nich 3 výrobky sú chybné. Koľkými spôsobmi vyberie skladník kolekciu troch výrobkov tak, aby

a. všetky výrobky boli dobré?
b. všetky výrobky boli chybné?

a. $$p = C_3(5) = \binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10$$

Na výber troch dobrých výrobkov má skladník 10 možností .

b. $$p = \binom{3}{3} = 1$$

Na výber troch chybných výrobkov má skladník 1možnosť .

Cvičenie nájdete: https://gymmoldava.sk/ICV/CELYWEB/4/kombinatorika/kombinacie_2.htm .

**Príklad 3.:** V sklade je 8 výrobkov, z nich 3 výrobky sú chybné. Koľkými spôsobmi vyberie skladník kolekciu troch výrobkov tak, aby

c. bol práve jeden výrobok chybný?

d. bol najviac jeden výrobok chybný?

c. $$p = C_1(3) \cdot C_2(5) = \binom{3}{1} \cdot \binom{5}{2} = 3 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2!} = 30$$

Skladník má na výber 30 možností .

d. $$p = C_3(5) + C_1(3) \cdot C_2(5) = 10 + 30 = 40$$

Skladník má na výber 40 možností .

Cvičenie nájdete: https://gymmoldava.sk/ICV/CELYWEB/4/kombinatorika/kombinacie_2.htm .

**Príklad 3.:** V sklade je 8 výrobkov, z nich 3 výrobky sú chybné. Koľkými spôsobmi vyberie skladník kolekciu troch výrobkov tak, aby

e. bol aspoň jeden výrobok chybný?

f. bol práve jeden výrobok dobrý?

e. $$p = \binom{3}{1}\cdot\binom{5}{2} + \binom{3}{2}\cdot\binom{5}{1} + \binom{3}{3} = 30 + 15 + 1 = 46$$

Skladník má na výber 46 možností .

f. $$p = \binom{5}{1}\cdot\binom{3}{2} = 5 \cdot 3 = 15$$

Skladník má na výber 15 možností .

Cvičenie nájdete: https://gymmoldava.sk/ICV/CELYWEB/4/kombinatorika/kombinacie_2.htm .

**Príklad 3.:** V sklade je 8 výrobkov, z nich 3 výrobky sú chybné. Koľkými spôsobmi vyberie skladník kolekciu troch výrobkov tak, aby

g. bol najviac jeden výrobok dobrý?

h. bol aspoň jeden výrobok dobrý?

g. $$p = \binom{3}{3} + \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{2} = 1 + 15 = 16$$

Skladník má na výber 16 možností .

h. $$p = \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{2} + \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1} + \binom{5}{3} = 15 + 30 + 10 = 55$$

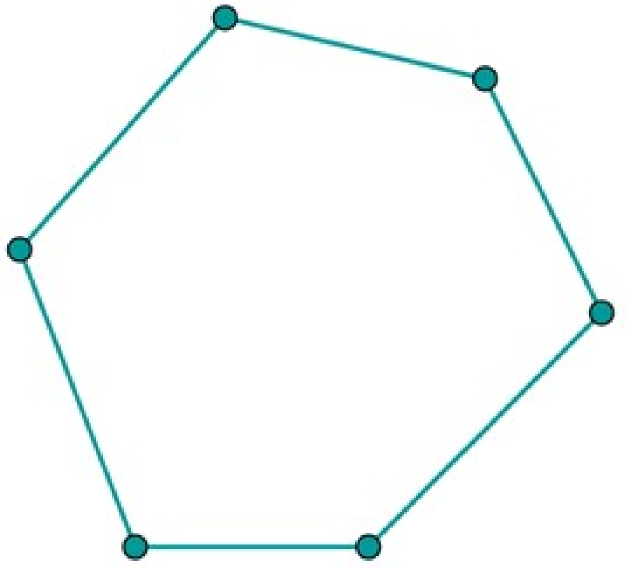
Alebo: $p = \binom{8}{3} - \binom{3}{3} = 55$

Skladník má na výber 55 možností .

Cvičenie nájdete: https://gymmoldava.sk/ICV/CELYWEB/4/kombinatorika/kombinacie_2.htm .

**Príklad 4.:** Určte koľko uhlopriečok má konvexný 6- uholník.

Poradili by sme si aj bez kombinácií: $p = 9$



A teraz pomocou kombinácií:

Počet úsečiek spájajúcich 2 ľubovoľné vrcholy daného 6- uholníka: $\binom{6}{2}$

Počet strán: 6

$$p = \binom{6}{2} - 6 = \frac{6 \cdot 5}{2!} - 6 = 9$$

Konvexný 6-uholník má 9 uhlopriečok.

**Príklad 5.:** Nájdite vzorec pre počet uhlopriečok konvexného $n$- uholníka ($n \in N, n \geq 4$).

Počet úsečiek spájajúcich ľubovoľné

2 vrcholy $n$- uholníka: $\binom{n}{2}$

Počet strán: $n$

$$p = \binom{n}{2} - n = \frac{n \cdot (n-1)}{2!} - n = \frac{n^2 - n - 2n}{2} =$$

$$= \frac{n^2 - 3n}{2} = \boxed{\boldsymbol{\frac{n \cdot (n-3)}{2}}}$$

**Domáca úloha:**
**Uč4: 69/3., 4.**