



VÝROKY

(ZHRNUTIE)

ZUZANA BARTOŠOVÁ

Výrok je oznamovacia veta, o ktorej má zmysel povedať, že je pravdivá alebo nepravdivá.

Pravdivostná hodnota výroku

- pravda (1)
- nepravda (0)

Označenie

veľké tlačené písmená abecedy..... $A, B, C, \dots$

Príklady:

1. Bratislava je hlavné mesto Rakúska. (nepravdivý výrok)
2. Otvorte si zošity! (nie je výrok)
3. $14 + 8 = 22$ (pravdivý výrok)
4. Kedy bude konečne zvoniť? (nie je výrok)
5. $3 + 7$ (nie je výrok)

Operácie s výrokmi

Negácia výroku popretie pravdivosti daného výroku
(ne...; neplatí, že ... ; nie je pravda, že ...)

Daný výrok: A Negácia výroku: A' ($\neg A$; $\bar{A}$; non A)

Ďalšie operácie s výrokmi

Spájanie výrokov pomocou **logických spojok**, čím tvoríme **zložené výroky**.

Konjunkcia $A \wedge B$ (A a B , A a súčasne B , A aj B)

Alternatíva (disjunkcia) $A \vee B$ (A alebo B)

Implikácia $A \Rightarrow B$ (ak A , tak B ; keď A , potom B ; z A vyplýva B)

Ekvivalencia $A \Leftrightarrow B$ (A práve vtedy, keď B ; A vtedy a len vtedy, keď B)

Pravdivostné hodnoty zložených výrokov.

A	B	A'	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

Negácia má opačnú pravdivostnú hodnotu ako daný výrok.

Konjunkcia $A \wedge B$ je pravdivá práve vtedy, ak sú oba výroky pravdivé.

Alternatíva $A \vee B$ je pravdivá práve vtedy, ak aspoň jeden z výrokov je pravdivý.

Implikácia $A \Rightarrow B$ je pravdivá vždy, okrem prípadu, keď výrok A je pravdivý a výrok B je nepravdivý.

Ekvivalencia $A \Leftrightarrow B$ je pravdivá práve vtedy, ak majú výroky A a B rovnakú pravdivostnú hodnotu.

Výroková formula je výraz, zostavený z výrokových premenných, logických spojok a zátvoriek.

Príklad: Určte pravdivostné hodnoty výrokovej formuly

$$(A' \vee B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$$

A	B	A'	A' ∨ B	A ⇒ B	(A' ∨ B) ⇔ (A ⇒ B)
1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1

Výroková formula, ktorá po dosadení ľubovoľných výrokov miesto premenných dáva

- **pravdivý výrok** sa nazýva **TAUTOLÓGIA** („samé jednotky“)
 - **nepravdivý výrok** sa nazýva **KONTRADIKCIA** („samé nuly“)
-

$B' \Rightarrow A'$ obmenená implikácia k implikácii $A \Rightarrow B$
(obe majú vždy rovnakú pravdivostnú hodnotu, „vyjadrujú to isté“)

$B \Rightarrow A$ obrátená implikácia k implikácii $A \Rightarrow B$
(nemusia mať rovnakú pravdivostnú hodnotu)

Príklad:

Ak prší, potom je tráva v záhrade mokrá.

Ak tráva v záhrade nie je mokrá, potom neprší.

Ak je tráva v záhrade mokrá, potom prší.

Kvantifikovaný výrok

je výrok ktorý udáva počet objektov s nejakou vlastnosťou.

Kvantifikátory:

- Všeobecný (veľký) $\forall$ (pre všetky ..., pre každé ...)
- Existenčný (malý) $\exists$ (existuje ...)

Príklad:

$$\forall x \in R: x^2 > -2$$

$$\exists x \in R: x + 1 = 0$$

Výroky s údajom o počte:

- **aspoň** n objektov
- **najviac** n objektov
- **práve** n objektov ($n \in N$)

Negácia kvantifikovaných výrokov

Výrok V	Negácia výroku V
V: Mám aspoň troch kamarátov. 	V': Mám najviac dvoch kamarátov. 
V: Mám najviac päť kamarátov. 	V': Mám aspoň šesť kamarátov. 
V: Mám práve dvoch kamarátov. 	V': Mám najviac jedného alebo aspoň troch kamarátov. 
V: Každý trojuholník je pravouhlý.	V': Existuje aspoň jeden trojuholník, ktorý nie je pravouhlý. (Aspoň jeden trojuholník nie je pravouhlý.)
V: Existuje také prirodzené číslo, ktoré je párne.	V': Pre každé prirodzené číslo platí, že nie je párne. (Všetky prirodzené čísla sú nepárne.)

Negácia konjunkcie a alternatívy (De Morganove pravidlá)

$$(A \wedge B)' = A' \vee B'$$

Príklad:

Výrok: Prší **a** fúka vietor.

Negácia: **Ne**prší **alebo** **ne**fúka vietor.

$$(A \vee B)' = A' \wedge B'$$

Príklad:

Výrok: Prší **alebo** fúka vietor.

Negácia: **Ne**prší **a** **ne**fúka vietor.

Negácia implikácie a ekvivalencie

$$(A \Rightarrow B)' = A \wedge B'$$

Príklad:

Výrok: **Ak** prší, **tak** fúka vietor.

Negácia: Prší **a** **ne**fúka vietor.

$$(A \Leftrightarrow B)' = (A \wedge B') \vee (A' \wedge B)$$

Príklad:

Výrok: Prší **práve vtedy, ak** fúka vietor.

Negácia: Prší **a** **ne**fúka vietor **alebo**
neprší **a** fúka vietor.

