

EXPONENCIÁLNE ROVNICE

(ZHRNUTIE)

ZUZANA BARTOŠOVÁ

Exponenciálne rovnice sú rovnice, v ktorých sa neznáma nachádza v exponente niektorej mocniny.

POSTUPY PRI RIEŠENÍ:

A. Úprava na mocniny s rovnakým základom

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x); a \in R^+ - \{1\}$$

B. Logaritmovanie rovnice

(Neskôr, keď prejdeme logaritmy.)

C. Zavedenie substitúcie

A. Úprava na mocniny s rovnakým základom

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x); a \in R^+ - \{1\}$$

(Upravíme obe strany rovnice na mocniny s rovnakým základom a potom už len porovnáme exponenty.)

Riešte v R :

$$0,25^x = 16$$

$$5^{3x-1} = 1$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = 16 \quad \left(\frac{1}{4} = 4^{-1}\right)$$

$$5^{3x-1} = 5^0$$

$$4^{-x} = 4^2$$

$$3x - 1 = 0$$

$$-x = 2$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$x = -2$$

$$P = \{-2\}$$

$$P = \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

Riešte v R :

$$3^x + \underline{3^{x+1}} = 108$$

$$3^x + \underline{3^x \cdot 3^1} = 108$$

$$3^x + 3^x \cdot 3 = 108$$

$$3^x \cdot (1 + 3) = 108$$

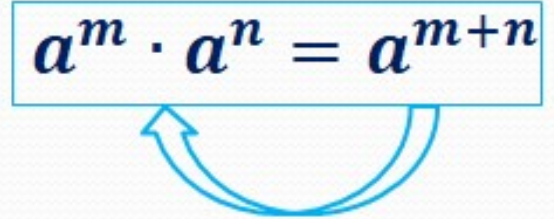
$$3^x \cdot 4 = 108 / : 4$$

$$3^x = 27$$

$$3^x = 3^3$$

$$x = 3$$

$$P = \{3\}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$


Nezabudnite na skúšku správnosti.

C. Zavedenie substitúcie

Riešte v R rovnicu $4^x - 7 \cdot 2^x - 8 = 0$

Rovnicu upravíme tak, aby obsahovala mocniny s rovnakým základom.

$$4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = (2^x)^2$$

$$(2^x)^2 - 7 \cdot 2^x - 8 = 0 \quad \text{Zavedieme substitúciu: } t = 2^x$$

Dostaneme kvadratickú rovnicu: $t^2 - 7t - 8 = 0$

Tú hravo vyriešite a nájdete korene:

$$t_1 = 8 \quad t_2 = -1$$

Použijeme resubstitúciu:

$$8 = 2^x \quad -1 \neq 2^x$$

$$x = 3 \quad P = \{3\}$$

